

Concursul Pro-Performanța

Craiova 23.01.2016

Clasa A VII-A

1. Într-o urnă avem 56 de bile. În cadrul unui joc, doi copii au voie să ia pe rând două, trei, patru sau cinci bile. Pierde cel care nu mai poate lua bile. Care copil poate avea o strategie câștigătoare, cel care ia primul sau al doilea? Dar dacă în urnă sunt inițial 100 de bile?

2. Scriem pe rând 84 de numere naturale distincte nenule astfel încât suma oricăror două numere vecine să fie un număr par.

a) Arătați că oricum am alege șapte numere dintre acestea, există două care au diferența divizibilă cu 12.

b) Demonstrați că cea mai mică sumă posibilă a celor 84 de numere este pătrat perfect.

3. Următoarele afirmații sunt adevărate:

(1) Toți bebelușii sunt iraționali;

(2) Nimeni nu este disprețuit dacă poate înfrunta un crocodil;

(3) Persoanele iraționale sunt disprețuite.

Poate un copil să înfrunte un crocodil?

(Lewis Carroll)

4. O ciocolată este formată din 8×11 pătrate. Doi elevi rup pe rând fâșii dreptunghiulare de lățime 1 (dintr-o parte în alta, pe toată lungimea sau lățimea ciocolatei rămase). Care trebuie să fie strategia elevului care rupe primul ciocolata pentru ca el să mănânce mai multe pătrățele de ciocolată decât al doilea?

5. Calculați valoarea rapoartelor $\frac{x}{y}$ și $\frac{x}{z}$, știind că $\frac{x}{y} + \frac{x}{z} = \frac{65}{12}$ și $\frac{y}{z} = \frac{3}{2}$, unde x, y, z sunt numere reale nenule.

6. Patrulaterul convex $ABCD$ are unghiurile $\angle ADC$ și $\angle BCD$ necongruente, iar bisectoarele unghiurilor $\angle BAD$ și $\angle ABC$ se intersectează în M mijlocul lui $[DC]$. Demonstrați că:

a) $AD \parallel BC$;

b) $AB = AD + BC$.

(G.M. Nr. 3/2015)