

# Concursul Pro-Performanța

Craiova 23.01.2016

Clasa A VIII-A

1. Scriem pe rând 84 de numere naturale distincte nenule astfel încât suma oricăror două numere vecine să fie un număr par.

a) Arătați că oricum am alege șapte numere dintre acestea, există două care au diferența divizibilă cu 12.

b) Demonstrați că cea mai mică sumă posibilă a celor 84 de numere este pătrat perfect.

2. Știm că următoarele afirmații sunt adevărate:

i) Dacă Maria n-ar juca tenis, atunci Alinei i-ar plăcea matematica;

ii) Afirmațiile "Maria joacă tenis" și "Lucia nu e blondă" nu pot fi simultan adevărate;

iii) Dacă Alinei i-ar plăcea matematica, atunci Maria ar juca tenis și Lucia ar fi blondă.

Din cele de mai sus, este adevărat că "Lucia e blondă"? Este adevărat că Alinei îi place matematica? Explicați!

3. Pe un cerc se află 2015 puncte verzi și unul roșu. Care poligoane convexe cu vârfurile în aceste puncte sunt mai numeroase: cele numai cu vârfuri verzi, sau cele care au și un vârf roșu?

4. Doi copii desenează pe rând câte un disc de rază cel puțin 1 și cel mult 2 pe suprafața unui disc de rază 2016, fără a ieși din conturul acestuia. Care copil are o strategie de a câștiga, primul sau al doilea, dacă oricare două discuri nu se intersectează? (pierde cel care nu mai poate desena un disc)

5. Fie  $a, b, c \in \mathbb{N}$ ,  $a$  și  $b$  prime, care verifică egalitatea  $3\sqrt{a} + 5\sqrt{b} = c\sqrt{2}$ . Calculați  $a + 3b - c$ .

6. Fie  $SABCD$  o piramidă patrulateră regulată cu baza  $ABCD$ . Fie  $AM \perp SB$ ,  $M \in SB$ ,  $BN \perp SC$ ,  $N \in SC$ ,  $CP \perp SD$ ,  $P \in SD$ ,  $DQ \perp SA$ ,  $Q \in SA$  și  $R$  simetricul lui  $N$  față de  $AC$ .

a) Demonstrați că punctele  $B, R, Q, D$  sunt coplanare.

b) Aflați măsura unghiului dintre dreptele  $MP$  și  $RQ$ .

(G.M. 5/2012)