

**Cupa PRO-PERFORMANȚA**  
**2016-2017**  
**Ediția a II-a**  
**Juniori I (Proba pe echipe)**

1. Alfabetul unei limbi are 22 de consoane și 11 vocale. Limba este formată doar din cuvinte în care două consoane nu pot fi alăturate și nicio literă nu apare de două ori. Să se arate că oricum s-ar împărți literele alfabetului în șase grupuri disjuncte și nevide, există cel puțin un grup din cele 6 ale cărui litere pot forma un cuvânt al limbii.
  
2. Alina și Cristina au primit câte un plic în care se află o hârtie pe care este scris un număr natural. Ele știu că produsul celor două numere este 8 sau 16. Are loc următorul dialog între cele două colege de bancă:  

Alina: Eu nu știu numărul tău.

Cristina: Nici eu nu știu numărul tău.

Alina: Eu tot nu știu numărul tău.

Cristina: Nici eu nu știu numărul tău.

Alina: Acum știu numărul tău.

Care este numărul Cristinei?
  
3. Dintr-un grup de 80 de monede de aur, toate având înfățișări identice, una este falsă. Se știe că moneda falsă este mai ușoară decât celelalte. Folosind o balanță, să se identifice moneda falsă prin cel mult patru cântăriri.
  
4. Pe o tablă sunt scrise 10 numere naturale diferite. La fiecare pas un copil șterge două numere și în loc scrie media lor aritmetică. Procedează astfel până când pe tablă mai rămâne un singur număr.  

Este posibil ca toate numerele care au fost scrise pe tablă la orice pas să fie naturale?

*Toate subiectele sunt obligatorii.*  
*Fiecare răspuns trebuie explicat.*  
*Timp de lucru două ore.*

**SUCCES!**

**Cupa PRO-PERFORMANȚA**  
**2016-2017**  
**Ediția a II-a**  
**Juniori II (Proba pe echipe)**

1. Să se reconstituie scăderea  $LEONHARD-12325551=EULER$ .
2. 23. Numim cuvânt orice înșiruire finită de litere ( de exemplu cu literele **A, B** și **C** putem forma cuvintele **ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA**).
  - i) Câte cuvinte diferite de lungime 6 ( inclusiv el însuși) putem forma folosind toate literele cuvântului **STILOU**?
  - ii) Câte cuvinte diferite de lungime 6 ( inclusiv el însuși) putem forma folosind toate literele cuvântului **CORECT**?
3. Dintr-un grup de 80 de monede de aur, toate având înfățișări identice, una este falsă. Se știe că moneda falsă este mai ușoară decât celelalte. Folosind o balanță, să se identifice moneda falsă prin cel mult patru cântăriri.
4. Putem schimba o bancnotă de 25 ruble în 10 monede de 1, 3 sau 5 ruble?

*Toate subiectele sunt obligatorii.  
Fiecare răspuns trebuie explicat.  
Timp de lucru două ore.*

**SUCCES!**

**Cupa PRO-PERFORMANȚA**  
**2016-2017**  
**Ediția a II-a**  
**Seniori (Proba pe echipe)**

1. Dintr-un grup de 80 de monede de aur, toate având înfățișări identice, una este falsă. Se știe că moneda falsă este mai ușoară decât celelalte. Folosind o balanță, să se identifice moneda falsă prin cel mult patru cântăriri.
2. **X**, **Y** și **Z** sunt trei persoane: una este mincinoasă, una spune uneori adevărul iar alteori minte, iar cealaltă persoană este contradictorie, adică minte dacă face prima afirmație sau face afirmația după ce precedentul a spus un adevăr, iar în rest spune adevărul.

Se fac următoarele afirmații:

- X**: **Y** este mincinos;
- Y**: **Z** este mincinos;
- Z**: **X** este mincinos;
- X**: **Y** este mincinos;
- Y**: **X** este mincinos.

Care este persoana mincinoasă?

3. La un turneu de tenis sunt 128 de jucători. Acest turneu este organizat astfel încât doar câștigătorul merge în turul următor, pierzătorul părăsind turneul.

Oponenții, doi câte doi, din fiecare rund sunt aleși la întâmplare, prin tragere la sorți (cu excepția finalei). În fiecare meci fiecare jucător are șanse de a câștiga egale cu ale adversarului.

Doi jucători sunt aleși la întâmplare înaintea începerii turneului. Găsiți probabilitatea de a juca unul cu celălalt:

- i) în primul rund;
- ii) în finală.

4. Numim cuvânt orice înșiruire finită de litere (de exemplu cu literele **A**, **B** și **C** putem forma cuvintele **ABC**, **ACB**, **BAC**, **BCA**, **CAB**, **CBA**).

i) Câte cuvinte diferite de lungime 6 ( inclusiv el însuși) putem forma folosind toate literele cuvântului **STILOU**?

ii) Câte cuvinte diferite de lungime 6 ( inclusiv el însuși) putem forma folosind toate literele cuvântului **CORECT**?

iii) Câte cuvinte diferite de lungime 6 ( inclusiv el însuși) putem forma folosind toate literele cuvântului **SERENITATE**?

*Toate subiectele sunt obligatorii.*

*Fiecare răspuns trebuie explicat.*

*Timp de lucru două ore.*

**SUCCES!**

