

Concursul Pro-Performanța

Craiova 23.01.2016

Clasa A X-A

1. Fiecărui vârf al unui heptagon regulat i se asociază câte un număr natural ales la întâmplare. Să se arate că putem alege 3 vârfuri de aceeași paritate care formează un triunghi isoscel.

2. Pe un rând sunt dispuse 38 de scaune pe care se așează 30 de persoane (fiecare persoană pe câte un scaun). Există patru scaune consecutive ocupate, indiferent de cum se așează persoanele?

3. O tablă de șah de dimensiune 6×6 , este acoperită cu 18 piese de domino (fiecare domino acoperă exact două pătrățele ale tablei). Să se arate că, pentru orice acoperire, putem împărți tabla în două părți cu o linie dreaptă fără a tăia vreo piesă de domino.

4. Fie a, b, c numere reale oarecare. Să se arate că există un număr real x astfel încât numerele $a + x, b + x, c + x$ sunt iraționale.

5. Să se arate că există o infinitate de numere întregi a, b, c , diferite oricare două, astfel încât:

$$a + b + c - 2 = (a - b)(b - c)(c - a).$$

(G.M. 3/2014)

6. În $\triangle ABC$ se consideră bisectoarele $(AM, (BN, (CP$ și I centrul cercului înscris în $\triangle ABC$.

a) Să se exprime \vec{AI} și \vec{AM} , cu ajutorul vectorilor \vec{AB} și \vec{AC} .

b) Dacă $\vec{AM} + \vec{BN} + \vec{CP} = \vec{0}$, să se arate că $\triangle ABC$ este echilateral.