Concursul Pro-Performanţa

Clasa a VI-a

1. Dacă există un traseu de la cabana x la cabana y atunci există un traseu de la cabana y la cabana x. (1p)

   (a) La cabana 9 nu se poate ajunge decât venind de la cabanele 3 şi 6. (1p)

   La cabanele 3 şi 6 nu se poate ajunge decât venind de la cabanele 9 şi 6 respectiv 3 şi 9. Nu se poate ajunge de la cabana 1 la cabana 9 pentru că între acestea se formeazaă un circuit închis. (1p)

   (b) există 9 moduri distincte de a ajunge de la cabana 1 şi 5. (câte 1 p pentru fiecare 3 trasee găsite).

2. (a) in cele 7 cutii se vor afla $1, 2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6$ bomboane. (1p)

   In total avem $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 = \frac{2^7-1}{2-1} = 127$ bomboane. (1p)

   (b) Distribuirea se face ca la punctul (a) (1p)

   Invocarea scrierii unui număr în baza 2 (1p)

   Demonstraţia faptului ca orice număr de bomboane între 1 şi 127 se poate oferi cu un anumit număr de cutii. (2p)

3. Maria ştie data de naştere dacă ziua este 23 sau 18 (apar o singură dată). (2p)

   Andrei spune că Maria nu are cum să ştie pentru că luna nu este ianuarie sau aprilie. (2p)

   Maria poate şti data doar dacă ziua nu este 10 (10 apare de două ori) (1p) şi nu este 7 sau 17 (sunt în aceeaşi lună). (1p)

   Data de naştere a Ioanei este 20 octombrie.

4. Notăm cu a,b şi c numărul cameleonilor roşii, verzi şi respectiv galbeni la un moment dat. Dupa o întalnire între cameleoni de culori diferite secvenţa devine (a-1, b-1, c+2) sau (a-1, b+2, c-1) sau (a+2. b-1, c-1). (1p)

   După o intâlnire diferenţele dintre a şi b, sau a şi c sau b şi c nu se modifică sau se modifică cu 3. (2p)

   După mai multe întâlniri diferenţele de mai sus se modifică cu un număr divizibil cu 3. (1p)

   Dacă la sfârşit ar fi toţi cameleonii roşii atunci diferenţa dintre numărul cameleonilor verzi şi cei galbeni ar fi 0. Dar la început diferenţa a fost de 2. Deci nu se poate (0 nu este 3k+2). (1p)

   Analog celelalte două cazuri. (1p)

5. (a) Nu! De exemplu n=123456. (1p)

   (b) Orice număr de 5 cifre este *norocos*.

   Punem numărul şi răsturnatul său unul sub altul. Avem de adunat cifrele din 5 coloane (numerotate de la dreapta la stânga) Coloana a treia conţine aceleaşi cifre. Coloanele 2 şi 4, şi coloanele 1 şi 5 au aceleaşi elemente (cu ordinea schimbată). (1p)

   Presupunem că toate cifrele sumei sunt impare. Atunci la suma elementelor de pe coloana 3 contribuie suma coloanei 2. (1p)

   Suma elementelor de pe coloana 4 va contribui la suma elementelor de pe coloana 5 (dacă elementele coloanei 4 ar fi 4 sau 5 atunci cifra corespunzătoare coloanei 2 ar fi 0!). (1p)

   Elementele coloanei 5 ar trebui să aibă aceeaşi paritate. (1p)

   Atunci şi elementele coloanei 1 au aceeaşi paritate şi deci cifra corespunzătoare va fi pară. Contradicţie!(1p)

6. Fie $\angle AOB$ şi $\angle AOC$ cele două unghiuri cu bisectoarele [OM şi respectiv [ON . Presupunem că $b = m(\angle AOB) > m(\angle AOC) = c$.

   Semidreptele [OB şi [OC nu pot fi de o parte şi de alta a dreptei OA (unghiul format de cele două bisectoare ar fi de $90°$). (2p)

   $b = \frac{b}{2} + 60° + \frac{c}{2}$. (2p)

   Finalizare $a = 150°$ şi $b = 30°$. (2p)