Concursul Pro-Performanţa

Barem Clasa a VII-a

22 January 2016

1. i) Strategie câştigătoare are al doilea jucător. (1p)
După ce ia primul bile, al doilea ia un număr de bile astfel încât împreună să fi luat 7 bile. (1p)
După ce vor lua de opt ori fiecare, au luat $7 \times 8 = 56$ bile, urmează primul care nu mai are bile. (1p)
ii) Câştigă primul. (1p)
Va lua două bile, lăsând în urnă 98 bile, adică multiplu de 7. (1p)
Procedează ca la i). (1p)

2. Toate numerele au aceeaşi paritate. (1p)
Caz I. Toate sunt pare. Prin împărţire la 12 pot da restul 0, 2, 4, 6, 8 sau 10. Când alegem 7 numere, două vor da acelaşi rest. Diferenţa lor este divizibilă cu 12. (2p)
Caz II. Analog. (2p)
Cea mai mică sumă posibilă este $1 + 3 + 5 + \ldots + 167 = 84^2$. (1p)

3. Din prima şi a treia afirmaţie deducem că bebeluşii sunt dispreţuiţi (!!!) (2p)
Din afirmaţia a doua, dacă ar înfrunta crocodilii, nu ar fi dispreţuiţi. Contradicţie. (2p)
Concluzia: NU! (2p)

4. Primul elev va mânca mai multe. (1p)
El rupe o bucată dreptunghiulară, dintr-un capăt, de forma 1×8. (3p)
Astfel rămâne ciocolata simetrică, iar primul va rupe de fiecare dată o bucată simetrică a ciocolatei cu cea ruptă de primul, (primul va mânca în plus 8 pătrăţele). (2p)

5. Notăm $\frac{x}{y} = a$ şi $\frac{x}{z} = b$, de unde $\frac{y}{z} = \frac{b}{a}$. (2p)
Atunci $a + b = \frac{65}{12}$ şi $\frac{b}{a} = \frac{3}{2}$. (2p)
Răspuns: $a = \frac{13}{6}$ şi $b = \frac{13}{4}$. (2p)

6. a) Distanţele ME, MG şi MF, de la M la dreptele AB, BC şi AD egale. (2p)
$\triangle MFD \equiv \triangle MGC$ deci $\angle FMD \equiv \angle GMC$, aşadar punctele G, M, F coliniare. (1p)
Concluzia. (1p)
b) Din congruenţa triunghiurilor de la punctul a) şi din $AE = AF$ şi $BE = BG$, putem scrie $AB = AE + BE = AF + BG = (AD + DF) + (BC - CG) = AD + BC$. (2p)