Concursul Pro-Performanţa

Barem Clasa a VIII-a

25 January 2016

1. Toate numerele au aceeaşi paritate. (1p)

Caz I. Toate sunt pare. Prin împărţire la 12 pot da restul 0, 2, 4, 6, 8 sau 10. Când alegem 7 numere, două vor da acelaşi rest. Diferenţa lor este divizibilă cu 12. (2p)

Caz II. Analog. (2p)

Cea mai mică sumă posibilă este $1 + 3 + 5 + \ldots + 167 = 84^2$. (1p)

2. Caz I. Maria nu joacă tenis. Din i) obţinem că Alinei îi place matematica, iar din iii) va rezulta că Maria joacă tenis. Contradicţie. (2p)

Caz II. Maria joacă tenis. Din ii) deducem că Lucia e blondă. (2p) Despre Alina nu putem deduce dacă îi place matematica.(2p)

3. Fiecărui poligon care are numai vârfuri verzi, prin adăugarea vârfului roşu, îi facem să- i corespundă un poligon care are şi un vârf roşu. (2p)

În plus, mai avem şi triunghiuri cu un vâr ro-sv u, care nu corespund niciunui poligon care are numai vârfuri verzi. (2p)

Concluzia. (2p)

4. Primul plasează un cerc cu centrul în centrul cercului mare, de o rază oarecare. (2p)

Apoi primul va plasa, de fiecare dată când îi vine rândul, un cerc de aceeaşi rază şi simetric faţă de centrul cercului mare, cu cercul plasat de al doilea jucător. (2p)

Primul câştigă. (2p)

5. Relaţia din enunţ se scrie echivalent: $\sqrt{ab} = \dfrac{2c^2 - 9a - 25b}{30}$. (1p)

Deci $\sqrt{ab} \in \mathbb{Q}$. (1p) Dar a şi b prime, deducem $a = b$. (2p) Deci $a = 2$ şi $c = 8$. (1p)

Avem $a + 3b - c = 0$. (1p)

6. a) Fie O centrul piramidei, $\{F\} = NR \cap AC$ şi $QE \perp AC$, $E \in AC$. (1p)

$EQFR$ paralelogram de centru O. (1p) Deci QR şi BD se intersectează în O. Concluzia. (1p)

b) $PM \parallel BD$. (1p) $BD \perp (ASC)$ (1p)

Concluzia. (1p)