

**Concursul interjudetean de matematica  
PRO-PERFORMANTA  
2016 - 2017  
Editia a II-a  
Clasa a V-a**

1. i) - deoarece fesul Alinei este alb, rezulta ca vede aceeasi culoare ..... 2p  
 - cum nu toate fesurile sunt de aceeasi culoare, culoarea vazuta este negru ..... 1p
- ii) - A nu stie, rezulta ca vede fesuri de culori diferite ..... 1p  
 - B stie culoarea fesului lui deoarece este diferita de cea a lui C (pe care o vede) ..... 1p
- iii) - daca vreunul vedea 2 fesuri negre, ar fi stiut ca are fes alb, nestiind, rezulta ca nu exista 2  
 fesuri negre.....1p  
 - pot avea trei fesuri albe sau 2 albe si unul negru ..... 1p
2. i) - daca A stie ce numar are, inseamna ca vede un numar care care are un singur vecin ce  
 indeplineste conditia ..... 1p  
 - singurul numar natural care are un singur vecin natural nenul este 1 ..... 1p  
 - deci A vede 1 (adica B are 1) ..... 1p  
 - rezulta A are 2 ..... 1p
- ii) - A nu vede 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10 ..... 1p  
 - B stie ca poate avea 4 sau 6, rezulta B vede 5 ..... 1p  
 - A stie ca are 3, 5 sau 7 si ca B ar sti daca ar vedea 3 sau 7, rezulta A stie ca are 5 ..... 1p
3. i) - raspunsul este DA, o solutie posibila:  
 Initial 7 8 9 4 5 6 1 2 3  
 Pas 1: 3 2 1 6 5 4 9 8 7 ..... 1p  
 Pas 2: 1 2 3 6 5 4 9 8 7 ..... 1p  
 Pas 3: 1 2 3 4 5 6 9 8 7 ..... 1p  
 Pas 4: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ..... 1p
- ii) - raspunsul este DA  
 Pas 1: separam 12kg si 12kg ..... 1p  
 Pas 2: separam 6kg si 6kg ..... 1p  
 Pas 3: separam 3kg si 3kg ..... 1p
4. - Notam cu  $m, p$  si  $n$  numarul merilor, perilor si nucilor. Rezulta  $m > p > n$ , pentru fiecare impartire  
 $r = 3c$  si restul este mai mic sau egal cu 10 ..... 2p  
 - deci  $m, n, p$  sunt numere distincte de forma  $14k$  ..... 2p  
 -  $k \in \{1, 2, 3\}$  si  $m = 42, p = 28, n = 14$  ..... 3p

Orice alta solutie corecta, diferita de cea din barem, se noteaza cu punctajul maxim.

**Concursul interjudetean de matematica**  
**PRO-PERFORMANTA**  
**2016 - 2017**  
**Editia a II-a**  
**Clasa a VI-a**

1. i) - deoarece fesul Alinei este alb, rezulta ca vede aceeasi culoare ..... 1p  
- cum nu toate fesurile sunt de aceeasi culoare, culoarea vazuta este negru ..... 1p
- ii) - A nu stie, rezulta ca vede fesuri de culori diferite ..... 1p  
- B stie culoarea fesului lui deoarece este diferita de cea a lui C (pe care o vede) ..... 1p
- iii) - daca vreunul vedea 2 fesuri negre, ar fi stiut ca are fes alb, nestiind, rezulta ca nu exista 2  
fesuri negre..... 1p  
- pot avea trei fesuri albe sau 2 albe si unul negru ..... 1p
- iv) - A negru, B si C albe ..... 1p
2. - copiii care au 3 monede si cei care au 9 monede, fiind in numar egal, au in medie cate 6  
monede ..... 4p  
- numarul total de monede va fi  $20 \cdot 6 = 120$  ..... 3p
3. i) - Presupunem ca o persoana spune adevarul, inseamna ca persoana din dreapta spune adevarul  
atunci persoana initiala ar fi mincinoasa ..... 2p  
- sunt 2017 persoane mincinoase ..... 2p
- ii) - raspunsul este DA  
Pas 1: separam 12kg si 12kg ..... 1p  
Pas 2: separam 6kg si 6kg ..... 1p  
Pas 3: separam 3kg si 3kg ..... 1p
4. - Consideram 5 semidrepte cu originea in O care formeaza 4 unghiuri congruente ..... 2p  
- Din cele 5 semidrepte, 3 trebuie sa fie colorate la fel ..... 1p  
- Daca sunt consecutive, atunci cea din mijloc este bisectoarea cautata ..... 1p  
- Daca nu sunt consecutive, atunci putem avea urmatoarele situatii:  
1. Rosu, negru, negru, rosu, ... (sau echivalent: negru, rosu, rosu, negru) caz in care bisectoarea  
unghiului cu laturi negre rezolva problema ..... 1p  
2. Negru, Negru, Rosu, Negru, consideram un unghi congruent cu celelalte, adiacent primului.  
Daca latura construita este neagra, problema este rezolvata. Iar daca este rosie, se reduce la  
cazul anterior ..... 1p

Orice alta solutie corecta, diferita de cea din barem, se noteaza cu punctajul maxim.

Concursul interjudețean de matematică  
PRO-PERFORMANȚA  
Ediția a II-a, ianuarie 2017  
Clasa a VII-a (barem)

1. (a) Dacă toate ar minți ar rezulta că numărul total de tentacule ar fi 28 (1p).  
Caracatița neagră spune ca numărul total de tentacule este 28 și deci nu minte; contradicție (1p)
- (b) Numerele spuse de cele patru caracatițe sunt diferite două câte două (1p) și deci doar una spune adevărul.  
Împreună cu rezultatul de la punctul a) rezultă concluzia (1p)
- (c) Trei caracatițe din cele patru mint și deci au în total 21 de tentacule (1p)  
Există o singură caracatiță care spune adevărul și deci numărul total de picioare este 27 sau 29 (1p)  
de unde rezultă că spune adevărul caracatița verde (1p).
2. Din (A2) Cosmin are 18 ani iar cel de 17 ani iubește albastrul (1p)  
Din (A4) avem două posibilități: i) Dan are 17 ani, celui de 16 ani îi place roșu iar celui de 15 ani îi place verde sau ii) Dan are 16 ani, celui de 15 ani îi place roșu iar celui de 14 ani îi place verde (2p)  
Dacă ar fi adevărată varianta ii), din (A1) cei mai mici copii ar fi Emil și Andrei, dar niciunui nu i-ar place galbenul; contradicție (1p)  
Deci este adevărată varianta i); din (A1) cei mai mici copii ar fi Emil și Andrei, și deci Emil iubește galbenul (1p)  
Bianca are 16 ani, Cosmin iubește portocaliul iar Andrei verdele (2p)
3. (a) Se împart copiii în grupe de câte 5 care vor alerga pe rând (1p).  
Câștigătorii celor 5 curse vor concura (1p)  
Câștigătorul acestei curse este cel mai rapid dintre copii și deci numărul minim este 6 (1p)
- (b) Al doilea cel mai rapid dintre copii poate fi al doilea din cea de-a șasea cursă sau al doilea din prima cursă, cursa (dintre primele cinci) câștigată de cel mai rapid copil (1p)  
Al treilea cel mai rapid dintre copii poate fi oricare dintre cei doi de mai înainte, al treilea din cea de-a șasea cursă, al treilea din prima cursă, cursa (dintre primele cinci) câștigată de cel mai rapid copil sau al doilea din cea de-a doua cursă (dintre primele cinci) câștigată de de cel ce a ieșit al doilea în cursa a șasea (2p)  
Cei cinci vor concura, primul și al doilea vor fi al doilea și al treilea din clasamentul cerut și deci numărul minim este 7 (1p)
4. ADMP paralelogram cu două laturi consecutive egale(1p)  
AD și MN perpendiculare pe BC, deci paralele (1p)  
DM linie mijlocie în triunghiul ABC, deci DM e paralelă cu AP (1p)  
DM este mediană în triunghiul dreptunghic ADC, deci este jumătate din ipotenuza AC (1p)  
Unghiul  $\angle(BAC)$  are 120 de grade; triunghiul ABC este isoscel, și deci unghiul  $\angle(ACD)$  are 30 de grade (1p)  
DA e catetă ce se opune unui unghi de 30 de grade, deci este jumătate din AC (1p)  
AD=DM și deci ADMP este romb (1p)

**Concursul interjudetean de matematica  
PRO-PERFORMANTA  
2016 - 2017  
Editia a II-a  
Clasa a VIII-a**

1. i) - orice an contine cifrele 0 si 2 ..... 1p  
 - toate lunile de la 1 la 10 contin pe 0 ..... 1p  
 - luna 11 are repetitive, iar luna 12 contine pe 2 ..... 1p
- ii) - 25.06.1987 ..... 2p
- iii) - 17.06.2345 ..... 2p
2. i) - Pro-Cuvantul nul are lungimea 0. Orice cuvnt care se formeaza din cel nul are lungimea 2.  
 Iar fiecare nou format are lungimea numar par + 2 sau numar par + numar par ..... 2p
- ii) - aaabbb  
 - aababb  
 - abaabb  
 - aabbab  
 - ababab ..... 3p
- iii) - Da. Din regulile de constructie: Primul cuvnt nenul este ab, apoi orice nou cuvnt presupune  
 adaugarea unui a si a unui b sau concatenarea a 2 cuvinte..... 2p
3. - raspunsul este DA ..... 2p  
 C ia de fiecare data diferit de numerele extrase imediat anterior de A si de B ..... 3p  
 Astfel, la fiecare grup de 3 extrageri, numarul bilelor scade cu 9..... 1p  
 Ultimul ia A doua bile, daca are voie ..... 1p
4. - figura ..... 1p  
 - Fie  $Q \in (OB)$  astfel incat  $PQ \parallel AB$  si  $R$  mijlocul lui  $(DO)$  ..... 1p  
 - din  $PQ \parallel AB \Rightarrow \frac{OQ}{QB} = \frac{OP}{PA} = \frac{1}{3}$  ..... 1p  
 - notam  $OQ = a$  si deduce ca  $RQ = QB$  ..... 1p  
 -  $(NQ)$  este linie mijlocie in  $\Delta BMR \Rightarrow NQ \parallel MR$  ..... 1p  
 -  $(MR)$  este linie mijlocie in  $\Delta VOD \Rightarrow MR \parallel VD$  ..... 1p  
 - deci  $(PQN) \parallel (VDC) \Rightarrow PN \parallel (VDC)$  ..... 1p

**Orice alta solutie corecta, diferita de cea din barem, se noteaza cu punctajul maxim.**

**Concursul interjudetean de matematica  
PRO-PERFORMANTA  
2016 - 2017  
Editia a II-a  
Clasa a IX-a**

1. i) - orice an contine cifrele 0 si 2 ..... 1p  
 - toate lunile de la 1 la 10 contin pe 0 ..... 1p  
 - luna 11 are repetitive, iar luna 12 contine pe 2 ..... 1p
- ii) - 24.06.1987 ..... 2p
- iii) - 17.06.2345 ..... 2p
2. - A are un numar impar ..... 1p  
 - B are impar suficient de mare, adica 7, 9 sau 11 ..... 3p  
 - in urma analizarii celor trei cazuri rezulta solutia unica a problemei este  $A - 1, B - 7, C - 6$  ..... 3p
3. - Presupunem ca exista 2 orase A si B care nu pot fi unite prin sosele care sa treaca prin cel mult 2 orase. Presupunem ca exista 2 orase C si D care nu pot fi unite prin cai ferate care sa treaca prin cel mult 2 orase ..... 1p  
 - evident A si B se unesc prin cale ferata si C si D se unesc prin sosea. .... 1p  
 - A este diferit de C si B este diferit de D ..... 2p  
 - A si C, respective B si D nu pot fi unite direct prin acelasi tip de drum (sosea sau cale ferata)..... 2p  
 - Presupunem ca A si C sunt unite direct prin sosea si B si D sunt unite direct prin cale ferata.  
 - Considerarea diagonalei BC duce la contradictie ,,,,, ..... 1p
4.  $9n^2 + 2012n = x^2 \Leftrightarrow (9n + 1006 - 3x)(9n + 1006 + 3x) = 1006^2$  ..... 3p  
 Analizarea cazurilor ..... 4p

**Orice alta solutie corecta, diferita de cea din barem, se noteaza cu punctajul maxim.**

**Concursul interjudetean de matematica  
PRO-PERFORMANTA  
2016 - 2017  
Editia a II-a  
Clasa a X-a**

1. - A are un numar impar ..... 1p  
 - B are impar suficient de mare, adica 7, 9 sau 11 ..... 3p  
 - in urma analizei celor trei cazuri rezulta solutia unica a problemei este  $A = 1, B = 7, C = 6$  ..... 3p
2. i) - Pro-Cuvantul nul are lungimea 0. Orice cuvnt care se formeaza din cel nul are lungimea 2.  
 Iar fiecare nou format are lungimea numar par + 2 sau numar par + numar par ..... 2p
- ii) - aaabbb  
 - aababb  
 - abaabb  
 - aabbab  
 - ababab ..... 2p
- iii) - Da. Din regulile de constructie: Primul cuvnt nenul este ab, apoi orice nou cuvnt presupune  
 adaugarea unui a si a unui b sau concatenarea a 2 cuvinte..... 2p
- iv) - demonstrarea formei ..... 1p
3. i) - 20% ..... 3p
- ii) - raspunsul este DA ..... 1p  
 - C ia de fiecare data diferit de numerele extrase imediat anterior de A si de B ..... 1p  
 - Astfel, la fiecare grup de 3 extrageri, numarul bilelor scade cu 9..... 1p  
 - Ultimul ia A doua bile, daca are voie ..... 1p
4. -  $a + b = z, b + c = z\varepsilon, a + c = z\varepsilon^2$  ..... 3p  
 -  $a + b + c = 0$  ..... 2p  
 - Finalizare ..... 2p

**Orice alta solutie corecta, diferita de cea din barem, se noteaza cu punctajul maxim.**

**Concursul interjudetean de matematica  
PRO-PERFORMANTA  
2016 - 2017  
Editia a II-a  
Clasa a XI-a**

1. i) - daca A stie ce numar are, inseamna ca vede un numar care care are un singur vecin ce indeplineste conditia ..... 1p  
 - singurul numar natural care are un singur vecin natural nenul este 1 ..... 1p  
 - deci A vede 1 (adica B are 1), rezulta A are 2 ..... 1p
- ii) - A nu vede 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10 ..... 1p  
 - B stie ca poate avea 4 sau 6, rezulta B vede 5 ..... 1p  
 - A stie ca are 3, 5 sau 7 si ca B ar sti daca ar vedea 3 sau 7, rezulta A stie ca are 5 ..... 1p
- iii) - A are 4 ..... 1p
2. - Presupunem ca exista 2 orase A si B care nu pot fi unite prin sosele care sa treaca prin cel mult 2 orase. Presupunem ca exista 2 orase C si D care nu pot fi unite prin cai ferate care sa treaca prin cel mult 2 orase ..... 1p  
 - evident A si B se unesc prin cale ferata si C si D se unesc prin sosea. .... 1p  
 - A este diferit de C si B este diferit de D ..... 2p  
 - A si C, respective B si D nu pot fi unite direct prin acelasi tip de drum (sosea sau cale ferata)..... 2p  
 - Presupunem ca A si C sunt unite direct prin sosea si B si D sunt unite direct prin cale ferata.  
 - Considerarea diagonalei BC duce la contradictie ,,,,,..... 1p
3. i) - 20% ..... 3p
- ii) - raspunsul este DA ..... 1p  
 - C ia de fiecare data diferit de numerele extrase imediat anterior de A si de B ..... 1p  
 - Astfel, la fiecare grup de 3 extrageri, numarul bilelor scade cu 9..... 1p  
 - Ultimul ia A doua bile, daca are voie ..... 1p
4. Daca  $AB + B^2 = (A + B)B$  este inversabila, atunci B inversabila ..... 3p  
 Din  $B^2 = BA \Rightarrow B = A$ , fals ..... 3p  
 Deci  $AB + B^2$  nu este inversabila ..... 1p

Orice alta solutie corecta, diferita de cea din barem, se noteaza cu punctajul maxim.

**Concursul interjudetean de matematica  
PRO-PERFORMANTA  
2016 - 2017  
Editia a II-a  
Clasa a XII-a**

1. i) - daca A stie ce numar are, inseamna ca vede un numar care care are un singur vecin ce indeplineste conditia ..... 1p  
 - singurul numar natural care are un singur vecin natural nenul este 1 ..... 1p  
 - deci A vede 1 (adica B are 1), rezulta A are 2 ..... 1p
- ii) - A nu vede 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10 ..... 1p  
 - B stie ca poate avea 4 sau 6, rezulta B vede 5 ..... 1p  
 - A stie ca are 3, 5 sau 7 si ca B ar sti daca ar vedea 3 sau 7, rezulta A stie ca are 5 ..... 1p
- iii) - A are 4 ..... 1p
2. - Presupunem ca exista 2 orase A si B care nu pot fi unite prin sosele care sa treaca prin cel mult 2 orase. Presupunem ca exista 2 orase C si D care nu pot fi unite prin cai ferate care sa treaca prin cel mult 2 orase ..... 1p  
 - evident A si B se unesc prin cale ferata si C si D se unesc prin sosea. .... 1p  
 - A este diferit de C si B este diferit de D ..... 2p  
 - A si C, respective B si D nu pot fi unite direct prin acelasi tip de drum (sosea sau cale ferata)..... 2p  
 - Presupunem ca A si C sunt unite direct prin sosea si B si D sunt unite direct prin cale ferata.  
 - Considerarea diagonalei BC duce la contradictie ,,,..... 1p
3. i) - 20% ..... 3p
- ii) - raspunsul este DA ..... 1p  
 C ia de fiecare data diferit de numerele extrase imediat anterior de A si de B ..... 1p  
 Astfel, la fiecare grup de 3 extrageri, numarul bilelor scade cu 9..... 1p  
 Ultimul ia A doua bile, daca are voie ..... 1p
4. Schimbare de variabila  $t = \frac{x+1}{x-1}$  ..... 3p  
 Schimbare de variabila  $t = \frac{1-x}{x+1}$  ..... 3p  
 Finalizare  $I_1 = I_2$  ..... 1p

Orice alta solutie corecta, diferita de cea din barem, se noteaza cu punctajul maxim.